

Dagmara Kubiak

Uniwersytet Gdański

ORCID: 0000-0003-3918-9288

<https://doi.org/10.26881/ndps.2024.52.05>

System Numicon w perspektywie uniwersalnego projektowania oraz uniwersalnego projektowania w edukacji

Pomimo że system Numicon został stworzony już w latach 90. XX wieku, z powodzeniem wykorzystywany jest nadal w zakresie edukacji matematycznej. Badania ewaluacyjne tegoż systemu wykazały skuteczne wykorzystywanie go w zróżnicowanych grupach odbiorców (Kubiak 2017). Wyniki te skłaniają do refleksji nad jego „uniwersalnością”. Celem poniższego artykułu jest analiza systemu Numicon w odniesieniu do zasad uniwersalnego projektowania (jako określonego zbioru pomocy dydaktycznych) oraz uniwersalnego projektowania w edukacji (jako całościowej koncepcji nauczania arytmetyki). Na drodze do dokonania analizy został opisany system Numicon – narzędzia, założenia metodyczne oraz etapy pracy z materiałami Numicon. Następnie przeanalizowano dwa obszary systemu – jego warstwę fizyczną oraz warstwę metodyczną.

Słowa kluczowe: Numicon, uniwersalne projektowanie, uniwersalne projektowanie w edukacji, edukacja matematyczna

Numicon approach in the perspective of universal design and universal design for learning

Even though the Numicon system was created in the 1990s, it continues to be successfully used in mathematics education. Evaluation studies of this system have demonstrated its effective use in diverse groups of recipients (Kubiak 2017). These results prompt reflection on its "universality". The aim of this article is to analyze the Numicon system in relation to the principles of universal design (as a specific set of teaching aids) and universal design for learning (as a comprehensive concept of arithmetic teaching). In order to conduct the analysis, the Numicon system has been described - its tools, methodological assumptions, and stages of work with Numicon materials.

Key words: Numicon, universal design, universal design for learning, mathematics education

System Numicon – podstawowe informacje

Metoda Numicon to według autorów „multisensoryczne podejście do nauczania arytmetyki, wykorzystujące ustrukturyzowane wzory rozwijające rozumienie liczb i zależności między nimi” (Wing, Tacon 2007: 22). System został stworzony na kanwie projektu badawczego opracowanego przez dwójkę brytyjskich nauczycieli – Ruth Atkinson i Romey’a Tacon, pracujących w szkole podstawowej. Nadrzędnym celem projektu było opracowanie nowych strategii nauczania matematyki na początkowym etapie edukacyjnym. Kluczowym elementem było opracowanie innowacyjnej metody multisensorycznej. Opiekę merytoryczną nad projektem badawczym objął Uniwersytet Brighton School of Education. Naukowcem, który podjął się pracy nad systemem, był dr Anthony Wing z Instytutu Edukacji Matematycznej. Ze względu na nakład pracy nad powstawaniem, ewaluacją i popularyzacją systemu Tony Wing jest uznawany za twórcę metody. System Numicon posiada wiele wspólnych cech z systemem Stern Structural Arithmetic autorstwa Catherine Stern, który został opracowany w połowie XX wieku, w Stanach Zjednoczonych Ameryki (Stern, Gould 2008). Brytyjscy nauczyciele zainspirowani amerykańskim systemem polisensorycznym stworzyli nowatorskie reprezentacje liczb w postaci plastikowych kształtów i tożsamyh z amerykańskim systemem podłużnych, prostopadłościennych, drewnianych klocków.

W pracy z systemem Numicon przede wszystkim ważne jest zrozumienie istoty podejścia twórców systemu do nauczania matematyki. Główne zadania systemu nie ograniczają się do alternatywnego reprezentowania liczb. Jako całościowa metoda dydaktyczna przeznaczona do rozwijania kompetencji matematycznych dzieci posiada również swoje jasno określone obszary oddziaływań i zamierzone efekty tych działań. Metodyka systemu Numicon wykracza więc poza wykorzystanie klocków Numicon jako „uniwersalnego” narzędzia. „Dobrze jest myśleć o matematyce jako o wielkiej, toczącej się rozmowie, którą ludzie prowadzą między sobą od tysięcy lat – rozmowie o relacjach między zjawiskami. Często jest to rozmowa o relacjach między wieloma rzeczami, a także relacjach w rzeczach samych sobie (takich jak kształt czy pojawienie się zjawisk, np. przejścia dzień – noc), a my – ludzie – wymyśliliśmy liczby, kąty i miary wielu różnych rodzajów, aby nam w tym pomóc” (Atkinson i in. 2016: 6). Twórcy odwracają dotychczasową rolę ucznia jako niedoświadczonego, biernego uczestnika procesu dydaktycznego, który wkracza w niezrozumiały świat matematyki. Stawiają oni ucznia w pozycji aktywnego odkrywcy, dla którego matematyka i cała ustrukturyzowana w niej wiedza ma być narzędziem do eksploracji otaczającego świata. Wiedza ta nie ma być uczniowi przekazana, ale ma być empiryczną ścieżką do zrozumienia zjawisk jakie dzieci obserwują. „Stopniowo ucząc się komunikacji z nami (dorosłymi) o tym, jak przedmioty, ilości i liczby są ze sobą połączone,

w połączeniu z komunikowaniem o ilości jako społecznym rytuale przeliczania, dzieci zostają włączone do wielkiej rozmowy, którą nazywamy matematyką” (Atkinson i in. 2016: 6). W związku z tym zadaniem nauczyciela przestaje być nauczanie dzieci, a zostaje nim towarzyszenie dziecku w konstruowaniu wiedzy o świecie (Semadeni 2015; 2016). Dziecko w metaforycznej rozmowie jest partnerem komunikacyjnym dorosłego, a nie jej biernym obserwatorem. Wielokrotnie podkreślany jest fakt, iż pojęcia matematyczne, którymi codziennie operujemy, są w rzeczywistości próbą opisanego, nazwania i ustrukturyzowania relacji zachodzących w matematyce. Numicon ma na celu ułatwienie dzieciom zrozumienia i korzystania z matematyki poprzez wykorzystanie struktury wyobrażeń, które są niezwykle ważnym obszarem percepcyjnym dzieci.

Autorzy ilustrują główne obszary metodyki systemu Numicon jako zamknięty obieg pomiędzy trzema elementami: odkrywaniem relacji, komunikacją oraz generalizacją (Atkinson i in. 2016: 6). „Strukturyzowane materiały są tak dobrze dostosowane do fizycznego odkrywania relacji, że stanowią doskonałe narzędzie do wspierania komunikowania się dzieci na temat tych relacji. Działania dzieci wykorzystujące te materiały oferują bogate i natychmiastowe wyobrażenia, zachęcając do użycia odpowiednich słów i gestów w rozmowach dzieci. Innymi słowy, sercem podejścia Numicon jest: działanie, wizualizacja i rozmowy o związkach” (Atkinson i in. 2016: 7). Elementy te jednocześnie oddziałują na siebie wzajemnie i tworzą swego rodzaju zamknięty, odnawialny proces.

Według autorów niezwykle istotne jest uświadomienie sobie, że kluczem do zrozumienia matematyki są doświadczenia dzieci w porównywaniu rzeczy oraz liczby tych rzeczy ze sobą. Porównywanie jest podstawową aktywnością matematyczną dla wszelkich umiejętności analitycznych. Dzięki porównywaniu i dostrzeganiu podobieństw oraz różnic dziecko odkrywa relacje zachodzące pomiędzy tymi obiektami. Wychodząc naprzeciw sytuacjom edukacyjnym z codziennego życia dziecka, w których ma ono okazję do porównywania czy łączenia różnych obiektów i wartości, autorzy wprowadzają kształty Numicon, aby ułatwić dzieciom dostrzeganie tych relacji w aspekcie liczby. Kształty nie tylko ułatwiają dostrzeżenie relacji, ale również poprzez swoją enaktywną formę skłaniają dzieci do manipulowania i doświadczania wartości liczbowych. Wzrokowe i taktylne eksplorowanie kształtów zostało określone jako „działanie” dziecka. Prowadzi ono do wizualizacji liczb i związanych z nimi określonych zjawisk i zależności. Wizualizacja abstrakcyjnych pojęć ułatwia również ich werbalizację. W formie enaktywnej lub ikonicznej wartości liczbowych dzieciom łatwiej jest nazwać i opisać to z czym mają do czynienia. Ostatnim elementem procesu jest generalizacja rozumiana jako: „stwierdzenie lub wnioski z obserwacji dotyczące całej grupy obiektów, sytuacji lub zjawisk” (Atkinson i in. 2016: 31).

Liczby są przykładami generalizacji, a więc umownymi pojęciami abstrakcyjnymi. Generalizacją są również zasady i reguły matematyczne, choćby w arytmetyce, takie jak naprzemiennność dodawania. Aby dokonać generalizacji dziecko musi odkryć regułę, zrozumieć jej istotę, a także odnieść ją do innych obserwowanych zjawisk. Skuteczne uogólnienie danej umiejętności np. dodawania, prowadzi do odkrywania kolejnych reguł, np. dopełniania do danej liczby. Jednym z kluczowych sposobów pomagania dzieciom w uogólnieniu jest dostarczenie im dużej ilości intensywnych doświadczeń, z których mogą generalizować. Zadaniem nauczyciela jest stawianie dziecka w wielu sytuacjach edukacyjnych, które dotyczą jednego zagadnienia. „Tak więc w ramach podejścia Numicon zapraszamy dzieci do pracy z koralikami, licznikami, krokami wzdłuż osi liczbowej, kształtami Numicon, drewnianymi klockami itd. – tak wieloma różnymi obiektami fizycznymi, jakie możemy im udostępnić” (Atkinson i in. 2016: 8).

Drugim kluczowym aspektem procesu generalizacji jest wprowadzanie regularności, wzorów, dzięki którym dzieci mogą uogólniać relacje i związki pomiędzy obiektami, które są tak ważne dla rozwijania kompetencji matematycznych. W systemie Numicon przykładem takiego działania jest szeregowanie kształtów od jednego do dziesięciu. Podczas tej czynności zauważyć można tworzące się z kształtów schody. Pozwala to dzieciom na dostrzeżenie tendencji wzrostowej klocków (szereg gradualny) i odkrycia zasady, że każdy kolejny klocek jest o jeden większy od poprzedniego. Wszystkie te relacje są łatwiejsze do zbadania, pokazania i zilustrowania przy wykorzystaniu materiałów, które mają regularną strukturę. Trudno jest określić o ile większe jest dziewięć od osiem, kiedy na stole rozsypane są luźno koraliki. Dlatego też klocki Numicon mają swoją jasno określoną i stałą strukturę, a praca z nimi koncentruje się przede wszystkim na używaniu materiałów strukturalnych w sytuacjach, które początkowo są nieregularne, np. poprzez układanie dowolnie rozsypanych liczmanów, w regularne kształty. Poprzez połączenie komunikowania się matematycznego (działania, wizualizacji i nazywania), odkrywania związków i uogólniania, dzieci są wspierane w budowaniu struktury ich własnych doświadczeń: istotnej umiejętności dla ich matematycznego i ogólnego rozwoju.

Pierwszym aspektem przystąpienia do pracy z systemem Numicon w grupie szkolnej bądź przedszkolnej jest przygotowanie środowiska dzieci. Poruszam ten aspekt, ponieważ będzie on odnotowany w mojej dalszej analizie. Istotne jest, aby środowisko to było bogate w wizualizacje, takie jak kształt Numicon w kolejce, prostopadłościennych klocków, będąca alternatywną reprezentacją liczb. W sali powinna wisieć również oś liczbową w miejscu, które jest dostępne dla dzieci jednym z rozwiązań jakie proponują autorzy, jest również wykorzystanie jej na zewnątrz na przykład na boisku szkolnym. Przestrzeń, która otacza dzieci, powinna być różnorodna w doświadczenia sensoryczne i matematyczne, ale jednocześnie

powinna być ustrukturyzowana i stała po zakończonej pracy każde stanowisko powinno więc być gotowe do skorzystania z niego przez inne dziecko. Tak zorganizowana przestrzeń pozwala na pracę w formie warsztatowej, która dla dzieci jest informacją, że ich praca jest dla nas bardzo istotna i szanujemy ją, ale także wskazuje na szacunek do pracy innych dzieci. Ważnymi elementami systemu są oczywiście podległe mu narzędzia. Wśród wielu pomocy dydaktycznych przeznaczonych do pracy z systemem Numicon głównymi narzędziami są:

- wykonane z plastiku klocki o zróżnicowanych kolorach i kształtach, z okrągłymi otworami, których liczba jest uzależniona od reprezentowanej przez klocka wartości liczbowej;
- tulejki o zróżnicowanych kolorach, których średnica równa jest średnicy otworów w klockach Numicon;
- biała tablica z wypustkami o średnicy nieco mniejszej od średnicy otworów klockach Numicon, co pozwala na ich umieszczanie na tablicy;
- podłużne drewniane prostopadłościany o zróżnicowanych kolorach;
- oś liczbową, na którym naniesione są kształty Numicon, cyfry arabskie oraz zapisane słownie liczebники;
- waga szalkowa;
- miara z miejscem na drewniane prostopadłościany.

Dodatkowymi pomocami dydaktycznymi kompatybilnymi z wyżej wymienionymi elementami są między innymi: sześciennie kostki z kształtami Numicon, plansze o zróżnicowanych grafikach nakładane na tablicę z wypustkami, podstawki do prostopadłościannych klocków, a także plastikowe kształty Numicon o jednolitej, szarej barwie i kształty Numicon w powiększonej skali. Oczywiście, oprócz pomocy dydaktycznych w takiej formie, zostały opracowane podręczniki wraz z zeszytami ćwiczeń i przewodnikami metodycznymi dla nauczycieli. Całą serię nazwano „Explorer” i podzielono ją na dwie ścieżki nauczania konkretnych umiejętności matematycznych i poziomy zaawansowania. Pierwszą ścieżką są „Liczby, wzory i obliczenia”, druga natomiast dotyczy bardziej skomplikowanych aspektów edukacji matematycznej, a jest to „Geometria, Pomiar i Statystyka”. Każda z serii jest podzielona na 6 poziomów. Obecnie dostępne jest łącznie około 100 produktów związanych z metodą Numicon, dystrybuowanych na całym świecie.

Jako pierwsze podręczniki, zalecane przez Oxford University Press do rozpoczęcia edukacji matematycznej, są publikacje z serii „Foundation”. Umiejętności, jakie dziecko zdobywa w tej serii, zostały podzielone na osiem rozległych etapów, które opisano w publikacji dr Tony’ego Wing i Romey Tacon (Wing, Tacon 2007).

Założenia metodyczne systemu Numicon

Pierwszy etap to wprowadzenie kształtów Numicon, głównie poprzez zabawę kształtami. Zadania opierać powinny się na umiejętności identyfikacji takich samych kształtów, porównywania ich pod względem wielkości, a także równości albo nierówności w nich występujących. Co kluczowe, w tym etapie nauczyciel nie nazywa jeszcze kształtów. Jeżeli dziecko robi to samodzielnie i spontanicznie, oczywiście nauczyciel nie wycisza tego, ani nie ogranicza. Kształty Numicon ze względu na swoją pilosensoryczność dają duże możliwości ciekawej zabawy na tym etapie. Dziecko może różnicować je wzrokowo, ale także taktylnie – badać ile palców mieści się w danym kształcie. Często dzieci spontanicznie wykorzystują tak otwory w kształtach. Możliwości jest wiele, od wyławiania kształtów z wody, odszukiwania ich i rozpoznawania w ciemnym worku (bez pomocy wzrokowej, używając do tego jedynie palców), poprzez wyklejanie kształtów plasteliną, uzupełnianie otworów koralami, po odrysowywanie ich i kolorowanie, czy też układanie według instrukcji na białej tablicy. Efektem pracy na tym etapie ma być dobra znajomość i sprawne różnicowanie kształtów przez dziecko. Twórcy metody sugerują, że kształty Numicon mogą poznawać już 18-miesięczne dzieci (Wing, Tacon 2007: 23).

W drugim etapie nadal nauczyciel nie nadaje nazw kształtom ani nie przedstawia ich symbolicznego zapisu. Cały etap opiera się na umiejętności porządkowania kształtów według określonego porządku. Gradualne szeregowanie należy rozpocząć od pięciu pierwszych kształtów i następnie rozszerzyć szereg do wszystkich dziesięciu kształtów. Umiejętność szeregowania często sprawia dzieciom kłopoty, dlatego twórcy metody proponują rozszerzenie tego etapu o ćwiczenia szeregowania na innych przedmiotach. Oprócz rozwijania umiejętności porządkowania według wielkości, ćwiczenia te mają pozwolić dzieciom na naukę i obycie się ze słownictwem odnoszącym się do rozmiaru, kolejności, porządku i pozycji. Należy więc odpowiednio przygotować dodatkowy materiał wspomagający lewopółkulowy mechanizm szeregowania i wprowadzać przy tym jak najwięcej określeń o charakterze matematycznym (Wing, Tacon 2007: 23).

Trzeci etap jest momentem przełomowym i bardzo czasochłonnym. To właśnie w tym etapie uczniowie poznają nazwy kształtów. Odbywa się to za pomocą liczenia otworów w kształtach, a także uzupełnianiu ich kołkami i budowaniu na białej tablicy. Jeszcze trudniejszym zadaniem dzieci w tym etapie jest przyporządkowanie kształtom ich symbolicznego zapisu, a więc cyfr arabskich. Połączenie nazw liczebników i ich zapisu często okazuje się bardzo trudne dla dzieci i wymaga dużego nakładu czasu i pracy. Dzieci muszą swobodnie rozpoznawać kształt, nazywać go i odszukiwać jego symbol graficzny. Dopiero po opa-

nowaniu tych umiejętności na wysokim poziomie można przejść do kolejnego etapu (Wing, Tacon 2007: 23).

Czwarty etap silnie bazuje na umiejętnościach etapu drugiego i trzeciego. Dochodzi tu do szeregowania kształtów wraz z odpowiadającym im cyframi arabskimi. Dzieci łączą dotychczasowe umiejętności szeregowania i przeliczania. Poznany wcześniej gradualny układ kształtów staje się osią liczbową. Niezaprzeczalnym atutem Numiconu jest układ jaki powstaje, ponieważ kształty tworzą pewnego rodzaju schody, gdzie każda liczba nieparzysta jest kolejnym stopniem. Pozwala to dzieciom na szybsze zapamiętanie układu i zrozumienie zasady jaka kieruje tym szeregiem. Poza aspektem poznawczym taki układ jest bardzo atrakcyjny dla dzieci i również daje wiele możliwości ciekawego przygotowania zasad związanych z szeregowaniem kształtów (Wing, Tacon 2007: 23–24).

Etap piąty jest podsumowaniem dotychczasowo zdobytych umiejętności. „Ćwiczenia są tak zaprojektowane, aby pomóc dzieciom w pewniejszym rozpoznawaniu kształtów, używaniu nazw liczb, rozpoznawaniu liczebników i połączeniu ich zróżnicowanych doświadczeń w liczeniu z kształtami Numicon” (Wing, Tacon 2007: 24). Celem tego jest świadome wykreowanie obrazu kształtów i osi liczbowej w umyśle dziecka. Przygotowuje to dzieci do momentu odejścia od kształtów w formie fizycznej i zabrania im enaktywnego narzędzia. Później dzieci swoje liczenie będą musiały oprzeć o umysłowe reprezentacje liczbowe (Wing, Tacon 2007: 24).

Etap szósty przekracza próg liczby 10 i wprowadza kolejne liczebniki na poznanej osi liczbowej. „Dzieci są teraz gotowe do zrozumienia struktury naszego systemu wartości miejsca” (Wing, Tacon 2007: 24). W tym etapie kształty Numicon są wykorzystywane do pokazania jak grupowanie liczników w odpowiednie wzory jest sposobem na sprawdzenie, jak wiele obiektów jest w danym zbiorze. Wszystkie liczby między 10 a 20 tworzone są za pomocą kształtu 10 oraz kształtu oznaczającego jedność w liczbie. Wszystkie kolejne liczby dziesiętne są tworzone w analogiczny sposób poprzez zwiększania liczby kształtów 10. Po tym etapie opanowania łączenia kształtów w kolejne liczebniki, dzieci są gotowe na podjęcie analizy i syntezy kształtów, a co za tym idzie, liczb. Są to niezbędne umiejętności w przypadku działań arytmetycznych i poznawania słownictwa z nimi związanego (Wing, Tacon 2007: 24).

Etap siódmy powraca do umiejętności szeregowania gradualnego kształtów. Poszerza on jednak znaczenie osi liczbowej o zasadę „o jeden więcej”. Dzieci muszą dostrzec relację między następującymi po sobie kształtami. Relację, że każdy kolejny kształt jest o jeden otwór większy. Wizualna prezentacja kształtów, przypominająca schody, bardzo ułatwia dzieciom to zadanie. Nauczyciel może rozszerzyć ten etap o dołączanie do kształtu większej cyfry niż 1 i sprawdzaniu o ile dziecko przesunie się na osi liczbowej. Na tym etapie wprowadzone również

zostaje dodawanie. Koncepcję i technikę dodawania za pomocą kształtów Numicon odnaleźć możemy w polskiej literaturze, w publikacji dr Aleksandry Szulman-Wardal i dr. Arkadiusza Mańskiego (Szuman-Wardal, Mański 2014). Dzielą oni dodawanie na cztery kolejne kroki. Pierwszy z nich to szukanie i identyfikacja części, a więc odszukanie przez dziecko kształtów odpowiadających składnikom dodawania. Po ich odnalezieniu dziecko dopasowuje całość do układu części, a więc łączy dwa kształty w układ pozwalający na odszukanie kształtu o dokładnie takim samym układzie. Dziecko, łącząc np. kształt dwa i dwa, układa je obok siebie i dzięki temu może dostrzec, że powstał taki sam układ jak w kształcie czterech. Problemem stają się przede wszystkim liczby nieparzyste, gdzie dzieci często układają kształty w nieodpowiedni sposób, w którego rezultacie nie tworzą one razem innego kształtu, np. dodatkowy, wystający otwór jest po niewłaściwej stronie. Nauczyciel zostaje postawiony przed trudnym zadaniem, a mianowicie wytłumaczeniem dziecku celowości zmian układu. Kolejny krok autorzy nazwali pozycjonowaniem układu części i całości. Pozycjonowanie polega na odpowiednim ułożeniu kształtów, które są składnikami dodawania, aby utworzyły kształt odpowiadający sumie działania. Kształty te dziecko ma ułożyć obok siebie w taki sam sposób. Następnie dziecko zabiera układ części i zostawia tylko jeden kształt będący wynikiem dodawania. W wyżej wspomnianej literaturze krok ten nazwano redukcją pola do całości. W wielu filmach instruktażowych dostępnych m.in. na oficjalnej stronie Oxford University Press stosowana jest odmienna technika dodawania. Pomija ona omówiony wcześniej krok trzeci i czwarty. Dzieci łączą kształty będące składnikami dodawania w znany układ i odszukują jaki kształt pasuje do powstałego układu. Po jego znalezieniu nakładają go na układ z dwóch różnych części i zapisują jako wynik dodawania (Wing, Tacon 2007: 24).

Ostatnim, ósmym etapem obejmującym podstawowy zestaw „Foundation Kit”, jest nauka odejmowania. Działanie to wymaga wykonania większej ilości operacji myślowych niż w dodawaniu, dlatego też wprowadzane jest po jego opanowaniu. Etap ten można rozpocząć od odwrócenia biegu znanej dziecku osi liczbowej. Do tej pory była przedstawiana ona w sposób rosnący. Teraz nauczyciel może odwrócić kierunek liczenia i zasady „o jeden więcej” na regułę „o jeden mniej”. Dziecko analogicznie powinno wywnioskować, że zabierając jeden otwór z kształtu powstanie poprzedzający go kształt na osi liczbowej. Odejmowanie autorzy przedstawiają jako zakrywanie określonej części kształtu i odszukiwanie kształtu, który po tej operacji powstał. W publikacji polskich psychologów (Szuman-Wardal, Mański 2014) odejmowanie zostało podzielone na pięć następujących po sobie kroków. Pierwszy z nich to szukanie i identyfikacja części, polegająca na odszukaniu kształtu odjemnej i odjemnika. Po ich przygotowaniu odjemnik zostaje zakryty czarnym paskiem i w kroku trzecim nałożony na odjemną. Dziecko widzi tutaj relację, że ta część zniknęła z większej całości i pomniejszyła do-

tychczasowy kształt. Następnie zadaniem dziecka jest odszukanie kształtu, który powstał po zakryciu części poprzedniego kształtu. Po takim dopełnieniu następuje redukcja pola do struktury dopełniającej. W polu widzenia dziecka zostaje więc tylko dopełniona figura, która jest różnicą i zostaje zapisana jako wynik odejmowania (Wing, Tacon 2007: 24).

Opanowanie odejmowania jest równoznaczne z zakończeniem pierwszego poziomu pracy z kształtami Numicon. Czas trwania całego procesu jest bardzo zróżnicowany i uzależniony od wielu czynników, m.in. od umiejętności dziecka, jego możliwości poznawczych i indywidualnych cech wpływających na proces nauczania, ale także od sposobu pracy i warsztatu nauczyciela. Jednym z ważniejszych aspektów tej drogi jest pewność posiadanych przez dziecko umiejętności, niespieszenie się z materiałem ani popędzanie dziecka wykonywaniu zadań. Konieczne jest, aby postępy występowały naturalnie i w indywidualnie określonym czasie.

Po zakończeniu tego poziomu dzieci przechodzą do kolejnego zestawu podręczników, pomocy i zadań określonego jako Numicon Kit 1. Na tym poziomie dzieci doskonałą posiadane już umiejętności, ale zdobywają również nowe, takie jak praca na pieniądzach czy poznanie podstawowych miar. Do poznawania miar m.in. długości służą odpowiednio przygotowane drewniane prostopadłości i dopasowane do nich tabliczki. Na poziomie Numicon Kit 2 uczniowie zaczynają „pracę z wyższymi liczbami i są gotowi do mierzenia w metrach, centymetrach, litrach i mililitrach. Kit 2 pracuje na wprowadzeniu ułamków i mnożenia, buduje umiejętności, których dzieci potrzebują do nauki podawania czasu ze zrozumieniem” (Wing, Tacon 2007: 24). Wprowadzane na tym poziomie mnożenie jest jednym z ciekawszych rozwiązań w obrębie metody Numicon. Jego odmienność od dotychczasowych strategii opiera się na budowaniu figur przestrzennych za pomocą kształtów i kołków. W publikacji dr Szumał-Wardał i dra Mańskiego mnożenie zostało przedstawione w sześciu bardzo przejrzystych krokach. Pierwszym z nich jest szukanie i identyfikacja części, a więc w przypadku tego działania – czynników. Po ich odszukaniu dziecko na podstawie kształtu mnożnej buduje konstrukcje z odpowiadającej mnożnej liczbie kołków. W trzecim kroku dziecko zwielokrotnia mnożnik, czyli do każdego kołka dopasowuje jeden mnożnik. Następnie dziecko redukuje pole o mnożną, zabierając ją wraz z kołkami i zostawia w polu widzenia tylko mnożniki. Piątym krokiem jest połączenie mnożników w całość, a więc nowy kształt Numicon. W ostatnim kroku dziecko odszukuje odpowiadający powstałemu układowi kształt, będący jednocześnie iloczynem mnożenia (Szumał-Wardał, Mański 2014).

Dzielenie, pojawiające się jeszcze później niż mnożenie, nie wymaga już rozwiązań przestrzennych. Autorzy polskiego artykułu (2014) dzielą to działanie na sześć kroków. Pierwszym z nich jest oczywiście przygotowanie materiału do pra-

cy, a więc odszukanie kształtów operandów działania. Gdy kształty są już wybrane dziecko uzupełnia dzielną mniejszymi kształtami o wartości dzielnika. Następnie dziecko zabiera dzielną i w jego polu widzenia zostają tylko mniejsze kształty. Te kształty również ulegają redukcji w kroku czwartym. Dziecko przypasowuje im wartości 1 i redukuje, a więc usuwa z pola działania. W kolejnym kroku dziecko łączy kształty o wartości jeden i wyszukuje kształt odpowiadający ich układowi i ilości otworów. Dopasowany kształt jest ilorazem i po kolejnej redukcji zostaje jako jedyny w polu działania dziecka i zapisywany zostaje jako wynik działania. Można zauważyć, że dzielenie jest najbardziej skomplikowanym z czterech podstawowych działań arytmetycznych, dlatego też wprowadzony jest dużo później niż pozostałe.

Uniwersalne projektowanie – narzędzia Numicon jako fizyczny produkt

Zgodnie z artykułem drugim Konwencji ONZ o prawach osób niepełnosprawnych przyjętym przez Zgromadzenie Ogólne ONZ w grudniu 2006 roku uniwersalne projektowanie definiowane jest jako koncepcja tworzenia zarówno produktów, jak i usług, a także programów i środowiska odpowiadającego na potrzeby wszystkich jego potencjalnych użytkowników – dostępnego jak najszerzej, przemyślanego pod tym kątem już na etapie projektu (Konwencja, 2006). Celem jego wdrażania jest oczywiście zapewnianie równych szans w dostępie i działanie antydyskryminacyjne. Istotne z perspektywy analizowania systemu Numicon pod kątem uniwersalności samych klocków jako pomocy dydaktycznej należy odnieść się do 7 zasad uniwersalnego projektowania¹ (Mace i in. 1997; Domagała-Zyśk 2015; Gawron 2015; Adaszyńska 2017):

1. sprawiedliwe wykorzystanie²,
2. elastyczność użytkowania,
3. prostota i intuicyjność zastosowania,
4. dostrzegalne informacje,
5. dopuszczalność błędów,
6. ograniczenie wysiłku fizycznego,
7. wielkość i kształt ułatwiający użytkowanie.

¹ W innych polskojęzycznych opracowaniach można spotkać odmienne określenia dla zasad. W najnowszej publikacji polskojęzycznej z 2024 roku na temat uniwersalnego projektowania w edukacji zasady te nazwane są następująco: równość w dostępie, elastyczność użytkowania, prostota i intuicyjna obsługa, dostrzegalna informacja, tolerancja dla błędów, niewielki wysiłek fizyczny, wymiary i przestrzeń dostępne i użyteczne (Bełza-Gajdzica i in. 2024).

² Zasada ta jest uznawana za wiodącą ze względu na swoje oparcie w prawodawstwie i pojęciu „sprawiedliwości społecznej” rozumianej jako dostępność równa dla wszystkich (Olesiejuk 2022).

Pierwsza zasada, mówiąca o sprawiedliwym wykorzystaniu definiowana jest jako zapewnienie użyteczności i dostępności osobom o zróżnicowanych możliwościach i potrzebach. Nadrzędnym celem jej implementacji jest zagwarantowanie identycznych warunków używania narzędzia przez różnych użytkowników. Jeżeli jest to niemożliwe, należy stworzyć warunki możliwie najbardziej do siebie zbliżone, aby uniknąć dyskryminacji i ekskluzji określonych grup użytkowników. W tej perspektywie narzędzia wykorzystywane w pracy z systemem Numicon zapewniają taką dostępność. Ich budowa oraz wielkość zapewniają ich wykorzystanie przez osoby z niepełnosprawnością wzroku – otwory pozwalają na taktylne określanie liczebności, a także z ograniczonymi możliwościami motorycznymi np. spastycznością dłoni. Ponadto odniosę się tutaj do opisanych przeze mnie wytycznych dotyczących nieograniczonego dostępu do klocków Numicon podczas zajęć lekcyjnych. Konkludując klocki Numicon zostały zaprojektowane tak, aby każdemu dziecku umożliwić w równym stopniu odkrywanie świata liczb poprzez enaktywną eksplorację tych samych narzędzi. W związku z tym z klocków mogą skorzystać wszystkie dzieci o zróżnicowanych możliwościach poznawczych, intelektualnych czy manualnych.

W kształtach dostrzegalna jest też duża elastyczność, rozumiana jest jako szeroki zakres wykorzystania narzędzia w zależności od preferencji użytkownika. W przypadku systemu Numicon już same klocki umożliwiają taką elastyczność w zakresie tempa pracy i stopnia zaawansowania manualnego w ich wykorzystaniu. Dodatkowe narzędzia, takie jak biała tablica, również uelastyczniają pracę z plastikowymi klockami, które pasują do siebie wielkościowo (wypustki białej tablicy z otworami w klockach oraz średnicą plastikowych tulejek). Tworzy to komplet pomocy dydaktycznych umożliwiające korzystanie z niego przy bardzo zróżnicowanych możliwościach motorycznych.

Zgodnie z wcześniejszą analizą etapów pracy z systemem, pracę z klockami Numicon rozpocząć mogą już małe dzieci, właśnie ze względu na intuicyjność i prostotę korzystania z nich. Na dwóch początkowych etapach autorzy założyli pracę na zbiorach liczbowych bez konieczności ich werbalizacji. Oznacza to, że klocki można wykorzystywać niezależnie od poziomu językowego dziecka, a na dalszych etapach werbalizacja może – ale nie musi – się pojawić, ponieważ wprowadzone zostanie graficzne (symboliczne) prezentowanie liczb. System ten nie wymaga specyficznej wiedzy ani kompetencji językowych do skutecznego posługiwania się nim.

Ogromnym atutem klocków Numicon jest ich polisensoryczność, wykorzystanie określonej struktury do budowania liczb (konkretny układ otworów) oraz zastosowanie kolorów. Struktura wspomaga rozumienie i samodzielne dostrzeżenie przez ucznia zasady o jeden więcej/o jeden mniej, rozumienia przeliczania, szeregowania liczb, tworzenia zbiorów, a także ich porównywania (Tacon i in.

2004). Kolory klocków wspomagają porównywanie ich wielkości (także liczebności) oraz rozróżniania parzystości i nieparzystości, co przekłada się na rozumienie numeryczności (Rinaldi i in. 2020).

Klocki są zaprojektowane w sposób bezpieczny – z trwałego materiału, bez małych elementów. Korzystanie z nich, nawet w sposób niewłaściwy, nie będzie generowało dodatkowych trudności. Podczas pracy z nimi dziecko ma również szanse na samodzielne dostrzeganie niezgodności z instrukcją, np. podczas porównywania dwóch kształtów i nakładania ich na siebie od razu widać różnicę pomiędzy nimi.

Nawiązując do propozycji autorów z etapu pierwszego klocki można wykorzystywać w różnych warunkach i aktywnościach. Praca z nimi nie wymaga wysiłku fizycznego, a ich wielkość i kształt zapewniają dostępność.

Uniwersalne projektowanie w edukacji – system Numicon jako koncepcja edukacyjna

Rozszerzając analizę z klocków Numicon jako produktu fizycznego – pomocy dydaktycznej pragnę odnieść jego metodyczne rozwiązania do zasad uniwersalnego projektowania w edukacji (UDL) (Cichocka-Segiet i in. 2019; Chemicz, Prokopiak 2021; Galkienė A. 2021). Obecnie obowiązującym standardem są UDL Guidelines 3.0. (CAST, 2024). Uogólniając koncepcję uniwersalnego projektowania w edukacji można stwierdzić, iż: „Zgodnie z założeniami UDL wszelkie usługi i produkty edukacyjne (np. programy nauczania, scenariusze zajęć, karty pracy, ćwiczenia, zadania, teksty) powinny być tak projektowane, aby mogły być wykorzystywane przez jak największą grupę osób bez potrzeby szczegółowych dostosowań.” (Chemicz 2021: 4). Cała metodyka systemu Numicon opiera się na takim rozwiązaniu – jednakowego systemu pracy, który poprzez swoją uniwersalność wykorzystany może być w bardzo zróżnicowanej grupie. Wspomniane wcześniej zasady są podzielone na trzy obszary (Bełza-Gajdzica i in. 2024,):

1. Zaangażowanie (rozbudzanie zainteresowań, podtrzymywanie i wspieranie wysiłku i wytrwałości, samorozwój).
2. Prezentacja (prezentowanie treści kształcenia, różne możliwości w zakresie języka, wyrażeń matematycznych i symboli).
3. Działanie i ekspresja (opcje interakcji, wyrażanie i komunikacja, strategie rozwoju).

Poniżej w formie listy odniosę do nich konkretne rozwiązania opisane w części dotyczącej systemu Numicon:

1. Zaangażowanie:

- atrakcyjność klocków Numicon zwiększająca motywację do interakcji z nimi wśród uczniów (Nye i in. 2002);
 - oparcie metodyki nauczania na aktywności ucznia;
 - wymóg projektowania środowiska klasy jako bogatego w doświadczenia, a przede wszystkim gwarantujące dostęp do narzędzi systemu;
 - szerokie możliwości stopniowania trudności każdej z aktywności wspomagające utrzymanie zaangażowania ucznia;
 - eksploracja i eksperymentowanie jako podstawa nabywania umiejętności matematycznych;
 - angażowanie uczniów poprzez pozostawianie im dużej samodzielności w operowaniu klockami;
 - wykorzystywanie klocków do tworzenia gier dydaktycznych. Wprowadzenie zadań w formie zabawy – np. budowanie przestrzennych konstrukcji jako wprowadzenie do rozumienia relacji „część-całość”, czy mnożenia i dzielenia;
 - jednakowe narzędzia dla całej klasy, wykorzystywane w różny sposób – możliwość indywidualizacji;
 - osadzenie dziecka w roli „aktywnego odkrywcy”;
 - różnorodność aktywności (szczególnie na etapie I i III);
 - wdrożenie koncepcji „działania, wizualizacji i rozmowy o związkach”;
 - indywidualna wizualizacja wartości liczbowych na podstawie własnych doświadczeń;
 - budowanie kolejnych umiejętności na bazie wiedzy i umiejętności wcześniej zdobytej (działania arytmetyczne – etapy VII–VIII, zegar Charlotty).
2. Prezentacja:
- wykorzystanie ustrukturyzowanych kształtów do prezentacji wartości liczbowych;
 - wzbogacenie tych kształtów o kolory, które wprowadzają dodatkowe własności liczb;
 - dodatkowe oprogramowanie multimedialne oparte o kształty Numicon;
 - tworzenie dodatkowych prezentacji graficznych liczb plakaty, oś liczbową (przygotowanie sali, etap II i IV);
 - wizualne przedstawienie systemu dziesiętnego (etap VI);
 - prezentowanie działań arytmetycznych w różnorodnej formie (etapy VII–VIII);
 - możliwość korzystania z systemu bez konieczności werbalizacji i umiejętności językowych.
3. Działanie i ekspresja:
- różne opcje interakcji z narzędziami;

- zajęcia w formie warsztatowej, niosące za sobą dowolność prezentacji pracy;
- konkretne manipulacje na poziomie reprezentacji enaktywnej oraz w przypadku wykorzystania materiałów dodatkowych – ikonicznej oraz symbolicznej;
- planowanie rozwoju podążając za kolejnymi etapami pracy.

Podsumowanie

Autorzy systemu Numicon, tworząc go w latach 90. ub. wieku, nie kierowali się świadomie, dopiero rozwijającym się ówczesnie, uniwersalnym projektowaniem. Pomimo to udało im się stworzyć pomoce dydaktyczne oraz cały system do nauki matematyki wypełniający wiele z jego założeń. Okazuje się, że dotyczy to zarówno klocków Numicon (i współtowarzyszających im pomocy dydaktycznych), jak i całościowego konceptu nauczania matematyki (przede wszystkim arytmetyki). Oczywiście nie jest on rozwiązaniem, które jest gwarantem uniwersalnie zaprojektowanej edukacji matematycznej, ale jest jedną z propozycji metodycznych wartą rozważenia ze względu na swój duży potencjał „uniwersalności”.

Bibliografia

- Adaszyńska E. (2017), *Projektowanie uniwersalne – dostępność i uczestnictwo dla wszystkich*, Uniwersytet Zielonogórski, 2: 16–18.
- Atkinson R., Hussain R., Tacon R., Wing T. (2016), *Numicon Firm Foundation*, Oxford University Press.
- Bełza-Gajdzica M., Ciborowski M., Knopik T., Nosowicz E., Rodzewicz, J.A. (2024), *Projektowanie uniwersalne w edukacji. Poradnik dla nauczycieli i nauczycielek*, Instytut Badań Edukacyjnych. DOI: 10.24131/9788368313130.
- CAST (2024), *Universal design for learning guidelines version 3.0*; [<https://udlguidelines.cast.org/static/udlg3-graphicorganizer-digital-numbers-a11y.pdf>].
- Chimicz D. (2021), *Wyttyczne do uniwersalnego projektowania materiałów dydaktycznych*, UMCS.
- Chimicz D., Prokopiak A. (2021), *Koncepcja projektowania uniwersalnego w edukacji*, Szkoła Specjalna, 1(307): 28–38. DOI: 10.5604/01.3001.0014.8059.
- Cichocka-Segiet K., Mostowski P., Rutkowski P. (2019), *Uniwersalne projektowanie zajęć jako droga do zaspokajania zróżnicowanych potrzeb edukacyjnych* [w:] I. Chrzanowska i G. Szumski (red.), *Edukacja włączająca w przedszkolu i szkole* (s. 208–217), Wydawnictwo FRSE.
- Domagała-Zyśk E. (2015), *Projektowanie uniwersalne w edukacji osób z wadą słuchu* [w:] M. Nowak, E. Stoch, B. Borowska (red.), *Z problematyki teatrologii i pedagogiki* (s. 553–568), Wydawnictwo KUL.
- Galkienė A. (red.) (2021), *Projektowanie uniwersalne w edukacji. Doświadczenia nauczycieli: Austria, Litwa, Polska, Finlandia*, Uniwersytet Witolda Wielkiego w Kownie.

- Gawron G. (2015), *Universal Design – projektowanie uniwersalne jako idea w dążeniu do osiągnięcia partycypacji społecznej osób niepełnosprawnych*, *Roczniki Nauk Społecznych*, 7(43), 1: 125–144. DOI 10.18290/rns.2015.7(43).1-9.
- Kubiak D. (2017), *Metoda Numicon w nauczaniu uczniów pełnosprawnych i ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi w świetle badań*, *Niepełnosprawność. Dyskursy Pedagogiki Specjalnej*, 25: 220–242.
- Mace R., Connell B.R., Jones M., Mueller J., Mullick A., Ostroff E., Sanford J., Steinfeld E., Story M., Vanderheiden G. (1997), *The Principles of Universal Design, version 2.0 (4/1/97)*, Center for Universal Design; <https://design.ncsu.edu/wp-content/uploads/2022/11/principles-of-universal-design.pdf>.
- Nye J, Buckley S, Bird G. (2005), *Evaluating the Numicon system as a tool for teaching number skills to children with Down syndrome*, *Down Syndrome News and Update*, 5(1): 2–13. DOI:10.3104/updates.352.
- Olesiejuk R. (2022). *Zasada sprawiedliwego wykorzystania w ramach projektowania uniwersalnego w szkolnictwie wyższym* w: *Światło Konstytucji RP oraz Konwencji o prawach osób niepełnosprawnych* [w:] M. Perkowska, T. Bajkowski (red.), *Projektowanie uniwersalne w przestrzeni uniwersyteckiej – idee, możliwości, dobre praktyki* (s. 96–119), Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku.
- Rinaldi L.J., Smees R., Alvarez J. (2020), *Do the Colors of Educational Number Tools Improve Children's Mathematics and Numerosity?*, *Child Development*, July/August, 91, 4: 799–813. DOI: 10.1111/cdev/13314.
- Semadeni Z. (2015), *Matematyka w edukacji początkowej - podejście konstruktywistyczne* [w:] Z. Semadeni, E. Gruszczyk-Kolczyńska, G. Terliński, B. Bugajska-Jaszczołt, M. Czajkowska (red.), *Matematyczna edukacja wczesnoszkolna, Teoria i Praktyka* (s. 9–167), Wydawnictwo Pedagogiczne ZNP.
- Semadeni Z. (2016), *Podejście konstruktywistyczne do matematycznej edukacji wczesnoszkolnej*, ORE.
- Szuman-Wardal A., Mański A. (2014), *System Numicon w nauczaniu i rehabilitacji dziecka z zespołem Downa* [w:] W. Otrębski, G. Więcek, *Przepis na rehabilitację. Metodologie oraz metody w badaniach i transdyscyplinarnej praktyce rehabilitacyjnej* (s. 231–256), Wydawnictwo KUL.
- Stern M., Gould T.S. (2008), *Structural Arithmetic I, Teacher's Guide*, Stern Math.
- Tacon R., Atkinson R., Wing T. (2004), *Learning about numbers with patterns using structured visual imagery (Numicon) to teach arithmetic*, BEAM Education.
- Wing T., Tacon R. (2007), *Teaching number skill and concepts with Numicon material*, *Down Syndrome Research and Practise*, 12(1): 22–26. DOI: 10.3104/practice.2018.

Akty prawne

- Konwencja o Prawach osób niepełnosprawnych przyjęta przez Zgromadzenie Ogólne Narodów Zjednoczonych dnia 13 grudnia 2006 r.; <https://bip.brpo.gov.pl/pl/content/konwencja-onz-o-prawach-osob-niepelnosprawnych> [dostęp: 17.09.2023].