

Alina Kalinowska-Iżykowska

<https://doi.org/10.26881/pwe.2022.54.09>

ORCID: 0000-0003-4658-7620

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

alina.kalinowska@uwm.edu.pl

Przekonania studentów wczesnej edukacji o łamigłówkach matematycznych

Summary

Students of early childhood education on mathematical puzzles

Mathematical puzzles are not assigned an essential role in a school's – "serious" mathematics education. However, they are interesting mathematical tasks, especially in developing mathematical thinking. To find out beliefs about them, students of the first year of early education were surveyed. The research results present the meanings given to them by students of early education. They indicate the limited knowledge of this type of puzzles and a reluctant personal attitude of the surveyed students.

Keywords: math puzzle, early childhood education student

Słowa kluczowe: łamigłówki matematyczne, studenci wczesnej edukacji

Wprowadzenie

Potocznie postrzegana edukacja matematyczna jest dość spójnym obrazem wykształconym u kilku pokoleń Polaków przez często traumatyczne doświadczanie dydaktyki tradycyjnej. Kulturowo skonstruowane przekonanie, że wiedzę matematyczną przekazuje nauczyciel, a uczeń może ją jedynie odtworzyć, odbiera temu ostatniemu sposobność i wiarę w możliwość podejmowania samodzielnych prób konstruowania wiedzy matematycznej. Szczególnie intensywnie są przekonywani o tym uczniowie edukacji wczesnoszkolnej, dla których propozycje są często infantylne, odtwórcze, zbyt łatwe (Klus-Stańska, Nowicka 2013), a więc niesprzyjające aktywności twórczej. Dla większości ludzi „robienie matematyki” oznacza przede wszystkim stosowanie procedur i symbolicznych manipulacji (Dubrovsky, Kalinin 1990), a nie ich wymyślanie. Tymczasem obecnie uważa się, że edukacja matematyczna, również wczesnoszkolna, musi się opierać na twórczym poszukiwaniu strategii, przede wszystkim dzięki rozwiązywaniu problemów matematycznych (Klus-Stańska 2000; Filipiak (red.) 2015 i wielu innych). Zagadki zdecydowanie uruchamiają właśnie tę aktywność, wspierając rozumienie pojęć i relacji matematycznych.

Definicja łamigłówki czy zagadki matematycznej nie jest łatwa, a proponowane typologie są zróżnicowane i często nie obejmują wszystkich możliwości. W *Encyklopedii*

PWN (2022) podano definicję, rozumianą jako synonim rozrywek intelektualnych i umysłowych zabawek. Pojęcie łamigłówek kojarzone jest tu z rozrywką i zabawą. W przypadku gier i zabaw matematycznych uważa się, że żadna klasyfikacja nie okazała się zadowalająca (Filip, Rams 2000: 71). Podobne trudności cechują próby tworzenia podziałów zagadek matematycznych. David Wells (2002) oddziela zagadki logiczne i matematyczne, różnicuje również łamigłówki matematyczne i matematykę samą w sobie. Uważa, że istnieją łamigłówki matematyczne, których rozwiązanie nie wymaga szczególnej znajomości matematyki, i takie, w których konieczne jest zastosowanie określonych informacji matematycznych (Wells 2002: 9). Niewątpliwie jednak łamigłówki matematyczne mają bardzo długą historię – najstarsze pochodzą z babilońskich glinianych tabliczek i egipskich papyrusów. Ludzie interesowali się więc ich rozwiązywaniem już od wielu wieków. Można również wskazać ich charakterystyczne typy w danym okresie i na danym terytorium (Wells 2002: 9).

Najmłodszy uczniowie mają sporadyczny kontakt z łamigłówkami matematycznymi. Dla uczniów starszych można znaleźć już więcej propozycji zarówno obecnie wydawanych, jak i mających kilkadziesiąt lat i wciąż aktualnych (np. Jeleński 1982). Wydaje się, że wiedza o łamigłówkach jest coraz mniej popularyzowana. Powstaje więc pytanie, czy szkoła poddaje się również temu trendowi czy próbuje przejąć rolę propagatora w tym zakresie.

Zajmowanie się łamigłówkami matematycznymi – dwa wymiary emocjonalno-poznawcze

Na skutek uczestniczenia w lekcjach poznawczo-odtwórczych, uzależnienia od cudzej wiedzy i wiary w moc „uważania” na lekcji zajmowanie się matematyką ma w myśleniu potocznym różne wymiary. Na potrzeby niniejszego tekstu zidentyfikowałam i sformułowałam dwa. Jeden, zdaniem wielu – najważniejszy, to „prawdziwa” nauka matematyki, czyli przyswajanie w sposób liniowy kolejnych treści, które są wykorzystywane do rozwiązywania podobnych zadań, najczęściej według podanego wzoru. Nie budzą one jednak zaciekawienia uczniów, wiążą się z ocenianiem i obawą przed błędem. Drugi „rozrywkowy” kojarzy się z zabawą w domu, podróżą, zajęciem dla nudzącego się dziecka, czasem z próbą zachęcenia do matematyki przez rodziców. Wiązany jest ze swobodą wyboru strategii rozwiązania, możliwością popełniania błędów, które w tym wymiarze nadal są traktowane zabawowo i „z przymrużeniem oka”. Pierwszy jest określany jako nauczanie/uczenie się, a drugi – rozrywka lub zabawa. Te dwa obszary postrzegania matematyki nieczęsto na siebie nachodzą, a w wielu przypadkach są zupełnie rozłączne. Można powiedzieć, że w szkole uczeń jest nauczany matematyki, ale często jej nie uprawia, podczas gdy poza szkołą może się nią pasjonować i jednocześnie jej uczyć.

Takie rozróżnienie widoczne jest również w propozycjach wydawniczych. Podręczniki mają raczej poważne, naukowe tytuły. Na przykład seria podręczników do matematyki dla uczniów szkoły podstawowej nazwana jest *Matematyka z plusem* czy seria dla

najmłodszych uczniów – *Wielka przygoda – edukacja matematyczna*. Najczęściej w tytule pojawia się określenie związane z uczeniem się matematyki, co informuje potencjalnego czytelnika o ich szkolnym przeznaczeniu. Propozycje dedykowane dzieciom poza szkołą mają zdecydowanie bardziej „rozrywkowe” tytuły, jak np. książka Zdzisława Nowaka pt. *Łamigłówki nie z tej ziemi*, o której sam autor pisze, że jest zbiorem „zadań, testów i łamigłówek umożliwiających godziwe spędzenie czasu” (Nowak 1971: 5). Innym przykładem może być tytuł *Cudowne i interesujące łamigłówki matematyczne* (Wells 2002). Tych przykładów jest dużo i nie jest to miejsce na ich prezentację. Interesujące poznawczo jest jednak częste rozróżnianie tytułów. Być może taki zabieg redakcyjny ma przeciwdziałać odstraszaniu dzieci i młodzieży sugerowaniem podobieństwa do nauczania szkolnej matematyki.

Ten dość intensywnie zarysowany podział przyczynia się również do aplikowania odmiennych działań poznawczych (które z kolei wpływają na pogłębianie polaryzacji szkolnych i pozaszkolnych propozycji matematycznych). Zadania „szkolne” najczęściej wymagają działania według podanego wcześniej schematu. Nauczyciel oczekuje raczej rozwiązań identycznych, najkrótszych i poprawnych rachunkowo. Gratyfikowane są strategie zaproponowane przez podręcznik lub nauczyciela, a wszelkie odmienne uczniowskie sposoby myślenia są przyjmowane z rezerwą lub wręcz odrzucane. Uczeń otrzymuje ocenę za umiejętność myślenia „tak, jak nauczyciel”. W efekcie odtwórczej aktywności uczniów wiedza jest budowana „po śladzie”, charakteryzuje się niskim poziomem przetwarzania i użyteczności do rozwiązywania problemów (Klus-Stańska 2000: 124). Pozaszkolna zachęta matematyczna ma zupełnie inny charakter. Proponowane zadania rozwijają myślenie twórcze, pokazują ciekawe zjawiska otaczającej rzeczywistości (np. wstęga Möbiusa), mogą być zabawnymi sytuacjami (zadanie o wilku, kozie i kapuście przepływających się przez rzekę) czy poznawać nieoczekiwane zastosowania wiedzy matematycznej (do sprawdzenia, czy ściany mają kąt prosty, mogą zbudować trójkąt o bokach 3 cm, 4 cm, 5 cm). Matematyczne problemy „pozaszkolne” nie muszą być rozwiązane do końca i błędnie, a dziecko może mieć dużo zabawy nawet wówczas, gdy jedynie podejmuje próby ich rozwiązania. Za tymi różnicami stoi więc odmienny sposób rozumienia, czym jest uczenie się matematyki. W szkole oznacza to raczej wynik nauczania przez nauczyciela, poza szkołą dopuszcza się uczenie wyrastające z samodzielnych prób, niepowodzeń czy jedynie częściowych sukcesów.

Matematycy zdecydowanie doceniają właśnie taki sposób zajmowania się tą dziedziną. Uważa się, że rozwiązywanie łamigłówek matematycznych to świetny trening dla mózgu. Rozwijają one krytyczne i kreatywne myślenie, ponieważ rozwiązanie łamigłówki jest bliskie rozwiązywaniu problemów matematycznych i rozwijaniu myślenia matematycznego. Jest ono cenne, ponieważ można je określić jako pewien uniwersalny sposób myślenia o rzeczywistości, który jest wykorzystywany nie tylko w matematyce (Dubrovsky, Kalinin 1990). To potężne intelektualne narzędzie – myślenie matematyczne kształci się jedynie przez zmaganie się z problemami matematycznymi. Zakłada się, że tylko wówczas można mówić o uczeniu się matematyki (Sierpińska 2016: 29). John Allen Paulos (2005: 95) twierdzi, że jednym ze sposobów poprawienia ogólnych wyników matematycznych

w szkole może być pojawianie się na lekcjach matematyków, którzy będą rozwiązywać z uczniami łamigłówki matematyczne i gry.

Keith Devlin przekonuje, że przez wiele wieków matematyka pełniła funkcję użytkową „i miała charakter »książki kucharskiej«” (2019: 16). Ukazuje w ten sposób analogię do matematyki postrzeganej jako zestaw przepisów opisujących określone działania nastawione na wynik. Tak też jest ukazywana w programach szkolnych. „Jednak czasy się zmieniają i w społeczeństwie zachodzą postępy. W tym procesie powstaje potrzeba nowej matematyki, która – w odpowiednim momencie – zostaje zrealizowana. System edukacji musi za tym nadążyć” (Devlin 2019: 10–11). Autor mówi o tym w kontekście konieczności poznania nowego niestandardowego sposobu myślenia – myślenia matematycznego.

Łamigłówki są narzędziem rozwijającym w szerokim zakresie zdolności umysłowe uczniów (Gorev i in. 2018: 2). Służą również motywowaniu i aktywizowaniu uczniów (Milková 2014: 178) oraz wzbudzaniu zainteresowania matematyką (Gorev i in. 2018: 2). Uczenie się matematyki, w której kontekstem poznawczym są gry i zabawy, ma istotne znaczenie dla rozwoju myślenia już najmłodszych uczniów (Parks 2015). W tym kontekście osobisty stosunek do łamigłówek matematycznych absolwentów szkoły częściowo może odzwierciedlać jakość ich doświadczeń z takimi propozycjami zarówno tych szkolnych, jak i poza nią.

Metodologia

Studenci pedagogiki prezentują raczej niskie kompetencje matematyczne. Paulos (2005: 95) określa poziom wiedzy matematycznej studentów matematyki – przyszłych nauczycieli szkół podstawowych jako niski. W badaniach wykazano, że studenci mają duże trudności z radzeniem sobie z zadaniami nietypowymi, a nawet z logicznym rozumowaniem (Czajkowska 2012; Kalinowska 2018; Grabowski 2021). Interesujące wydaje się podjęcie próby zrozumienia, czym dla nich są łamigłówki matematyczne i jak je postrzegają w kontekście szkolnym i pozaszkolnym.

Problem badawczy został sformułowany następująco: W jaki sposób studenci wczesnej edukacji postrzegają łamigłówki matematyczne?

Problematyka badań pozwoliła na wyodrębnienie trzech pytań szczegółowych:

1. Jak studenci wczesnej edukacji definiują łamigłówki matematyczne?
2. Jakie znają łamigłówki matematyczne?
3. Jaki jest stosunek studentów wczesnej edukacji do rozwiązywania łamigłówek matematycznych?

Grupa badawcza była dobierana celowo. Stanowili ją studenci pierwszego roku pedagogiki wczesnoszkolnej i przedszkolnej jednolitych studiów magisterskich. Grupa liczyła 56 osób. Studenci otrzymali kwestionariusze z pytaniami otwartymi dotyczącymi łamigłówek matematycznych. Odpowiedzi badanych studentów stanowiły materiał, który można zaklasyfikować do „źródeł wytworzonych przez badacza” (Rapley 2013: 34). Uzyskane

dokumenty można określić jako „opiniodawcze”, zalicza się do nich listy, pamiętniki, wypracowania, wypowiedzi na piśmie na określony temat itp. (Pilch, Bauman 2001: 99).

Wypowiedzi pisemne studentów na temat łamigłówek poddano analizie, podejmując próby kategoryzacji przekonań badanych. Przedstawione wyniki dotyczą jedynie części badań. Odpowiedzi każdego badanego studenta zostały zakodowane liczbami porządkowymi, które podano na końcu wypowiedzi. Została zachowana oryginalna pisownia.

Znaczenia nadawane łamigłówkom matematycznym przez studentów wczesnej edukacji – analiza badań

Na podstawie badań można uznać, że znaczenia nadawane łamigłówkom matematycznym przez studentów nie są zróżnicowane. Może to wskazywać na podobieństwo ich doświadczeń w zakresie kontaktu (lub jego braku) z tym rodzajem intelektualnej aktywności.

Definiowanie łamigłówek matematycznych

Cechami konstytuującymi zagadki matematyczne w przekonaniu większości badanych są porównania do zadania oraz konieczność podjęcia wysiłku intelektualnego:

Łamigłówka matematyczna to zadanie, nad którym trzeba się zastanowić (2).

Łamigłówka to „podchwytliwe” zadanie matematyczne, często „na logikę” (12).

Część badanych zwracała uwagę na podwyższoną trudność matematyczną:

Jakieś trudne działanie, złożone (39).

Jest bardziej wymagająca przy zrozumieniu (25).

W wypowiedziach pojawiała się również kategoria wiedzy matematycznej, którą postrzegano w dwóch odsłonach. Stanowiła ona z jednej strony punkt wyjścia, czyli założenie, że rozwiązywanie łamigłówek jest możliwe wówczas, gdy jednostka ma dużą wiedzę matematyczną. Z drugiej zaś postrzegano możliwość jej rozwijania przez zajmowanie się zagadkami matematycznymi. Rzadko były wymieniane takie atrybuty rozwiązywania łamigłówek matematycznych, jak: potrzebny czas, skupienie i kreatywne myślenie. Jedna osoba zadeklarowała brak wiedzy na temat łamigłówek.

Określając łamigłówki matematyczne, studenci nie tylko przypisywali pewne cechy samej strukturze zagadki, ale również wskazywali na oczekiwania wobec aktywności osoby rozwiązującej. W tabeli 1 umieszczono szczegółowe kategorie odpowiedzi (badani często wymieniali więcej niż jedną cechę, więc liczba całkowita jest większa niż liczba badanych).

Tabela 1. Cechy charakterystyczne łamigłówek matematycznej i cechy osoby rozwiązującej w przekonaniu badanych studentów

Cechy łamigłówki matematycznej	Liczba wypowiedzi
Zadanie matematyczne	34
Wysoka trudność	11
Nie wiem	1
Cechy osoby rozwiązującej	×
Myślenie logiczne	35
Wiedza i zdolności matematyczne	11
Intensywne skupienie	9
Zabawa i rozrywka	6
Własne rozwiązania kreatywne	7

Źródło: badanie własne.

Łamigłówki matematyczne są postrzegane przez badanych studentów przede wszystkim przez pryzmat aktywności przez nie wyzwanych. Dostrzegają ich właściwości, ale niekoniecznie odnoszą się do nich pozytywnie.

Studenckie propozycje łamigłówek matematycznych

Studenci zostali również poproszeni o podanie przykładu łamigłówki matematycznej. Zaskakuje dość liczna grupa studentów, która nie potrafiła podać żadnego. Pozostali przedstawiali niezwykle ubogi zestaw propozycji. Przeważały zagadki z przekładaniem zapalek oraz gra sudoku. Nieliczne wypowiedzi wskazywały na umiejętność sformułowania zagadki. Jedynie trzy osoby podały poprawnie treść przykładowej łamigłówki.

Odpowiedzi badanych mogą wskazywać, że ich doświadczenia poznawcze w tym zakresie pochodzą raczej spoza szkoły, jak przywoływane i rozpowszechnione przez prasę sudoku. W ich wypowiedziach nie było odwołań do sytuacji lekcyjnych czy książkowych, a podawane źródła bywały zaskakujące:

Na opakowaniach zapalek. Przystaw jedną zapalkę tak, aby równanie było prawdziwe (6).

Najczęściej jednak pojawiały się wypowiedzi przeczące jakiegokolwiek wiedzy tego typu:

Nie znam żadnej łamigłówki matematycznej (5).

Nie pamiętam (3).

Niestety, nie potrafię szybko przywołać przykładu, który będzie łamigłówką matematyczną (52).

Nie znam łamigłówki matematycznej, we wcześniejszej edukacji nie robiliśmy takich łamigłówek (36).

W tabeli 2 przedstawiono szczegółowo typy odpowiedzi.

Tabela 2. Przykłady łamigłówek matematycznych podane przez badanych

Typy przykładów łamigłówek matematycznych	Liczba wypowiedzi
Zapałki	11
Sudoku	10
Problem geometryczny	3
Konkretne zadanie tekstowe	3
Zadania z Kangura	2
Kwadrat magiczny	2
Krzyżówka	1
Nie wiem	22

Źródło: badanie własne.

Żaden badany student nie potrafił podać łamigłówki matematycznej związanej z ciekawym zagadnieniem matematycznym (wymienić np. wieże Hanoi czy liczby trójkątne). Wypowiedzi wskazały na nadawanie łamigłówkom przede wszystkim znaczeń rachunkowych (jak sudoku) czy cyfrowych (układanki z zapałek). Nie pojawiły się również bardzo popularne zagadki, jak np. problem z cegłą¹. Może to oznaczać postrzeganie matematyki jedynie przez pryzmat ubogich doświadczeń szkolnych, w których zarówno treści, jak i poziom zagadnień matematycznych znacząco ograniczyły zainteresowanie tą dziedziną wiedzy.

Osobisty stosunek badanych do łamigłówek matematycznych

Interesujące są również wypowiedzi badanych studentów na temat chęci rozwiązywania łamigłówek. Głosy podzieliły się równo po połowie. Jedna grupa widzi pozytywny sens w osobistym rozwiązywaniu łamigłówek z kilku powodów. Najczęściej wymienianymi przyczynami były immanentne cechy zagadek matematycznych: wzbudzanie ciekawości i rozwijanie myślenia.

Lubię, ponieważ jest to ciekawe i mogę się przy tym rozwijać (16).

Tak, lubię, ponieważ odnalezienie odpowiedzi jest ciekawe i przypomina zagadkę, rozwija również logiczne myślenie (24).

(...) bogacę swoją wiedzę, rozwijam się. Dzięki nim jestem w stanie rozumieć więcej rzeczy (33).

Część uzasadniała chęć rozwiązywania zagadek matematycznych właściwościami relaksującymi:

¹ Dla przypomnienia podam tę łamigłówkę, która często jest wykorzystywana nawet podczas rekrutacji nowych pracowników w różnych firmach: *Cegła waży kilogram i pół cegły. Ile waży cegła?*

(...) ponieważ to fajna forma na zabicie nudy i czasu (27).
Jest to pewna forma odstresowania się (23).

Nieliczne wypowiedzi odwoływały się do przyjemności związanej z rozwiązaniem łamigłówek:

Niektóre są naprawdę ciekawe i muszę się chwilę zastanowić nad odpowiedzią, a rozwiązanie przynosi satysfakcję (21).
Lubię dochodzić sama do różnych kwestii i rozwiązywać zadania (38).

Pozostałe 50% badanych nie lubi się zajmować łamigłówkami matematycznymi. Najczęstsza przyczyna jest związana z niewystarczającym, zdaniem badanych, poziomem ich myślenia matematycznego:

Jestem dość słaba w matematyce, a wbrew pozorom łamigłówki są trochę cięższe od zwykłych zadań. Ogólnie nie jestem fanką dziedziny, jaką jest matematyka (25).
Nie przepadam za matematyką, a logiczne myślenie to jedna z części, z których składa się ten przedmiot (10).

Niepokojące jest przekonanie badanych, że myślenie jest niezbędne jedynie w matematyce, i brak wiedzy, że korzystają z niego w każdym niemalże aspekcie codziennego funkcjonowania.

Kilka osób uznało, że uzasadnieniem niechęci do zagadek matematycznych nie jest ich poziom wiedzy matematycznej, ale cecha łamigłówek, mianowicie – ich zbyt duża trudność:

Nie lubię, są trudne (34).

W kilku wypowiedziach pojawił się zarzut związany z potrzebą przeznaczenia więcej czasu i pojawiający się stres.

Jestem mało cierpliwą osobą, więc jeśli rozwiązanie trwa dłużej, to się niecierpliwę (11).

Autor wypowiedzi nie ma świadomości, że zajmowanie się matematyką musi trwać, ponieważ tego wymaga szukanie strategii rozwiązania i używanie myślenia twórczego. Natychmiastowe rozwiązanie wskazuje, że w danej zagadce nie ma niczego nowego. Jednak pojawiające się trudności i konieczność wysiłku intelektualnego mogą być źródłem stresu:

Zużywa to za dużo moich nerwów (50).

Niestety niektóre osoby wyraźnie wskazują na negatywny wpływ doświadczeń szkolnych na stosunek do łamigłówek matematycznych.

Lubię rozwiązywać łamigłówki (...). Nie lubiłam jedynie gdy tego typu zadania były robione w szkole na ocenę, bez pomocy nauczyciela i przyjaznej atmosfery (43).

W tabeli 3 zaprezentowano osobisty stosunek badanych studentów do rozwiązywania łamigłówek

Tabela 3. Osobisty stosunek badanych studentów do rozwiązywania łamigłówek

Stosunek do rozwiązywania łamigłówek	Zaciekawienie i rozwój intelektualny	Relaks	Satysfakcja z rozwiązania	Brak wiedzy matematycznej	Trudne	Stres
Pozytywny	15	9	4	–	–	–
Negatywny	–	–	–	15	7	6

Źródło: badanie własne.

Wnioski

Znaczenia definicyjne badanych studentów w odniesieniu do łamigłówek matematycznych podzieliłam na dwa obszary. W jednym mieszczą się cechy samej łamigłówki. Najczęściej odwoływano się do zadania matematycznego. W drugim obszarze ujawniły się aktywności osoby rozwiązującej, jakie są uruchamiane w konfrontacji z tym rodzajem zagadki. Dostrzegają ich wartość intelektualną i pomimo określania ich przez samych autorów łamigłówek matematycznych jako rozrywka i zabawa badani są przekonani, że z rozwiązywaniem łączy się przede wszystkim wysiłek intelektualny. I słusznie, ponieważ: „[z]agadki są specjalnie zaprojektowane, aby rozwijać zdolności umysłowe uczniów, poprawiać i trenować ich myślenie, co pomaga lepiej przyswajać i utrwalać zdobytą wiedzę, rozbudzać zainteresowanie uczniów matematyką. Ogólnie rzecz ujmując, łamigłówki powinny przyczyniać się do rozwoju pamięci, uwagi, wyobraźni twórczej, zdolności do analizy i syntezy, porównywania, spostrzegania stosunków przestrzennych, rozwijania zdolności konstrukcyjnych i kreatywności, obserwacji, słuszności sądów, nawyku samokontroli; uczyć uczniów podporządkowania swoich działań zadaniu” (Gorev i in. 2018: 2).

Badani studenci znają niezwykle mało łamigłówek matematycznych, a 41% nie podało żadnego przykładu. Wśród przytaczanych propozycji przeważały te popularne poza szkołą, jak układanki cyfrowe z zapalek czy gra sudoku. I choć matematyk Tony Crilly (2009: 5) zauważa fenomen popularności gry logicznej sudoku, wskazując, że wszyscy mogą uprawiać matematykę, niekoniecznie o tym wiedząc i dobrze się przy tym bawić, to wymienianie głównie tego rodzaju zagadki jest absolutnie niewystarczające. Można powiedzieć, że dla badanych studentów łamigłówka matematyczna to mało znany twór matematyczny.

Osobisty stosunek badanych studentów do rozwiązywania łamigłówek pokazuje dychotomiczny podział. Dokładnie połowa z nich postrzega zajmowanie się zagadkami pozytywnie, wskazując na chęć i możliwość własnego rozwoju intelektualnego oraz zaciekawienie i satysfakcję. Druga część badanych studentów ma do nich negatywny stosunek, usprawiedliwiając go przede wszystkim brakiem wiedzy matematycznej i stresem.

Znaczenia nadawane łamigłówkom matematycznym pokazują dość smutny obraz relacji badanych studentów z tego typu zagadnieniami. Nawet jeśli badani dostrzegają w niewielkim zakresie możliwość rozrywki i przyjemności w rozwiązywaniu łamigłówek, to nie umiejscawiają ich w szkole na lekcji, ale należą one raczej do ich prywatnych przestrzeni i wyborów. Myślenie o łamigłówkach matematycznych ma tu znacząco ograniczony zasięg, dostępny z założenia jedynie tym, których osobiste możliwości zachęcą do kontaktu i zabawy. Studenci wczesnej edukacji będą za chwilę pełnić rolę nauczycieli. Nadawanie przez nich łamigłówkom znaczeń pozaszkolnych prawdopodobnie będzie skutkowało kontynuacją tego ograniczającego zjawiska w następnym pokoleniu. Tymczasem łamigłówki matematyczne powinny być przestrzenią zabawy, przyjemności i satysfakcji w czasie edukacji szkolnej, stanowiąc jej integralną część, a nie obszar poza nią. Dodatkowo takie myślenie badanych studentów zwalnia ich niejako z poszukiwań i aktywizowania własnych prób rozwiązywania łamigłówek matematycznych, dając złudne przekonanie, że nie znajdą się one nigdy w obszarze zainteresowań wymaganych od nich w przyszłości.

Literatura

- Crilly T. (2009), *50 teorii matematyki, które powinieneś znać*. Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Czajkowska M. (2012), *Umiejętności matematyczne przyszłych polskich nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej w świetle wyników badania TEDS*. „Problemy Wczesnej Edukacji”, 1(16).
- Devlin K. (2019), *Myślenie matematyczne. Twój nowy sposób pojmowania świata*. Gliwice, Helion SA.
- Dubrovsky V., Kalinin A. (1990), *Matematyčeskije gołowołomki*. Moskwa, Znanie.
- Encyklopedia PWN (2022), *Łamigłówka* [hasło]. <https://encyklopedia.pwn.pl/haslo/lamiglowki;3934830.html>, 2.02.2022.
- Filip J., Rams T. (2000), *Dziecko w świecie matematyki*. Kraków, Oficyna Wydawnicza „Impuls”.
- Filipiak E. (2015) (red.), *Nauczanie rozwijające we wczesnej edukacji według Lwa Wygotskiego. Od teorii do zmiany*. Bydgoszcz, Agencja Reklamowo-Wydawnicza ArtStudio.
- Gorev P.M., Telegina N.V., Karavanova L.Z., Feshina S.S. (2018), *Puzzles as a Didactic Tool for Development of Mathematical Abilities of Junior Schoolchildren in Basic and Additional Mathematical Education*. „EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education”, 14(10), <https://www.ejmste.com/download/puzzles-as-a-didactic-tool-for-development-of-mathematical-abilities-of-junior-schoolchildren-in-5558.pdf>, 11.02.2022.

- Grabowski A. (2021), *Analiza umiejętności logicznego i krytycznego myślenia wśród studentów przygotowujących się do zostania nauczycielami szkół wczesnoszkolnych*. „Edukacja Elementarna w Teorii i Praktyce”, 2(60).
- Jeleński S. (1982), *Lilavati – rozrywki matematyczne*. Warszawa, WSiP.
- Kalinowska A. (2018), *Matematyczne kompetencje przyszłych nauczycieli wczesnej edukacji jako potencjalne źródło realizowanej przez nich metodyki. Perspektywa konstruktywistyczna*. „Forum Oświatowe”, 30(2).
- Klus-Stańska D. (2000), *Konstruowanie wiedzy w szkole*. Olsztyn, Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego.
- Klus-Stańska D., Nowicka M. (2013), *Sensy i bezsensy w edukacji wczesnoszkolnej*. Gdańsk, Harmonia Universalis.
- Milková E. (2014), *Puzzles As Excellent Tool Supporting Graph Problems Understanding*. „Procedia – Social and Behavioral Sciences”, 131, https://www.academia.edu/21563529/Puzzles_as_Excellent_Tool_Supporting_Graph_Problems_Understanding, 20.02.2022.
- Nowak Z. (1971), *Łamigłówki nie z tej ziemi*. Warszawa. Państwowe Wydawnictwo „Iskry”.
- Parks A.N. (2015), *Exploring Mathematics Through Play in the Early Childhood Classroom*. New York, Teachers College Press.
- Paulos J.A. (2005), *Analfabetyzm matematyczny i jego skutki*. Gdańsk, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe.
- Pilch T., Bauman T. (2001), *Zasady badań pedagogicznych. Strategie ilościowe i jakościowe*. Warszawa, Wydawnictwo Akademickie „Żak”.
- Rapley T. (2013), *Analiza konwersacji, dyskursu i dokumentów*. Warszawa, Wydawnictwa Naukowe PWN SA.
- Sierpińska, A. (2016), *Inquiry-based learning approaches and the development of theoretical thinking in the mathematics education of future elementary school teachers*. W: B. Maj-Tatsis, M. Pytlak, E. Swoboda (eds.), *Inquiry based mathematical education*. Rzeszów, University of Rzeszów, https://www.academia.edu/27896071/Inquiry_based_learning_approaches_and_the_development_of_theoretical_thinking_in_the_mathematics_education_of_future_elementary_school_teachers, 2.02.2022.
- Wells D. (2002), *Cudowne i interesujące łamigłówki matematyczne*. Poznań, Wydawnictwo Zysk i S-ka.